

2018~2019学年天津和平区天津市耀华中学高一下学期期末数学试卷

一、选择题(本大题共12题,每小题4分,共计48分)

1. 若向量 $\vec{OA} = (2, 3, -1)$, $\vec{OB} = (-2, 1, 3)$, 则 $|\vec{AB}| = ()$.

- A. $2\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{6}$ C. 5 D. 6

2. 已知直线 $l_1: 3x + 4y + 2 = 0$, $l_2: 6x + 8y - 1 = 0$, 则 l_1 与 l_2 之间的距离是 $()$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. 1 D. $\frac{3}{10}$

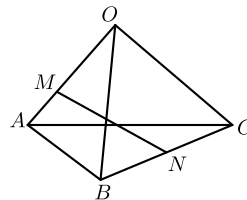
3. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1, E 是 A_1B_1 的中点, 则 E 到平面 ABC_1D_1 的距离 $()$.

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

4. 已知向量 $\vec{a} = (0, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, 0, 2)$, 若向量 $k\vec{a} + \vec{b}$ 与向量 $\vec{a} - \vec{b}$ 互相垂直, 则 k 的值是 $()$.

- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{7}{4}$

5. 已知空间四边形 $OABC$ 中, $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$, 点 M 在 OA 上, 且 $OM = 2MA$, N 为 BC 的中点, 则 $\vec{MN}$ 等于 $()$.

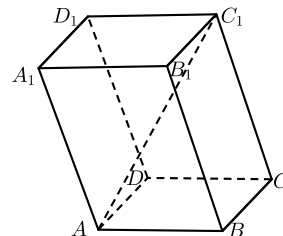


- A. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ B. $-\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$
C. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$ D. $\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{c}$

6. 在圆 $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ 内, 过点 $E(0, 1)$ 的最长弦和最短弦分别为 AC 和 BD , 则四边形 $ABCD$ 的面积为 $()$.

- A. $20\sqrt{2}$ B. $10\sqrt{2}$ C. $8\sqrt{5}$ D. $4\sqrt{5}$

7. 如图, 在平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 1$, $AD = 2$, $AA_1 = 3$, $\angle BAD = 60^\circ$, $\angle BAA_1 = \angle DAA_1 = 120^\circ$, 则 AC_1 的长等于 $()$.



- A. $\sqrt{7}$ B. $\sqrt{13}$ C. $\sqrt{19}$ D. 5

8. 在 $\triangle ABC$ 中内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $\sin B = 2\sin C$, $a = \sqrt{6}$, $\cos A = \frac{7}{8}$, 则边 c 等于 $()$.

- A. 2 B. $\sqrt{6}$ C. 4 D. $2\sqrt{3}$

9. 在以下命题中, 不正确的个数为 ().

①若 $\vec{a} // \vec{b}$, 则存在唯一的实数 λ , 使 $\vec{a} // \lambda \vec{b}$;

②向量 $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (3, 0, 2)$, $\vec{c} = (4, 2, 5)$ 共面;

③对空间任意一点 O 和不共线的三点 A, B, C , 若 $\vec{OP} = 2\vec{OA} - 2\vec{OB} - \vec{OC}$, 则 P, A, B, C 四点共面;

④若 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 为空间的一组基底, 则 $\{\vec{a} + \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{c} + \vec{a}\}$ 构成空间的另一组基底.

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

10. 已知点 $A(x, y)$ 是曲线 $C: x = \sqrt{1-y^2}$ 上的动点, 且不等式 $x + 2y + m \geq 0$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围为 ().

A. $[\sqrt{5}, +\infty)$

B. $[2, +\infty)$

C. $(-\infty, -\sqrt{5}]$

D. $(-\infty, -2]$

11. 已知点 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, 若圆 $(x-3)^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) 上存在点 P (不同于点 A, B), 使得 $\vec{PA} \cdot \vec{PB} = 0$, 则实数 r 的取值范围是 ().

A. $(1, 5)$

B. $[1, 5]$

C. $(1, 3]$

D. $[3, 5)$

12. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 在 A_1C 上运动 (包括端点), 则 BP 与 AD_1 所成角的取值范围是 ().

A. $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}]$

B. $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$

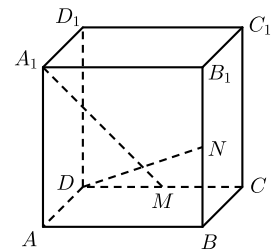
C. $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$

D. $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$

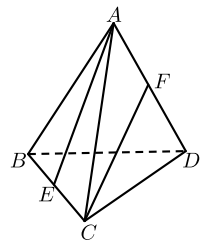
二、填空题 (本大题共6题, 每小题4分, 共计24分)

13. 已知向量 $\vec{a} = (x, y, 1)$, $\vec{b} = (3, 2, z)$, 且 $\vec{a} // \vec{b}$, 则 $xz + yz$ 的值是 _____.

14. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别是 CD, BB_1 的中点, 则异面直线 A_1M 与 DN 所成角的余弦值是 _____.

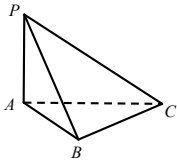


15. 如图, 在棱长为2的正四面体 $ABCD$ 中, E, F 分别是 BC, AD 的中点, 则 $\vec{AE} \cdot \vec{CF} =$ _____.



16. 已知点 $O(0, 0)$ 在圆 $x^2 + y^2 + kx + 2ky + 2k^2 + k - 1 = 0$ 外, 则实数 k 的取值范围为 _____.

17. 如图, 在三棱锥 $P - ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC$, $PA = 1$, $AB = 2$, $BC = 3$, 则三棱锥 $P - ABC$ 外接球的表面积为 _____.



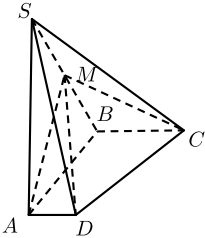
18. 过动点 P 作圆 $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 的切线 PQ ，其中 Q 为切点，若 $|PQ| = |PO|$ (O 为坐标原点)，点 M 为圆 C 上一动点，则 $|PM|$ 的最小值是 _____ .

三、解答题（本大题共2题，每小题14分，共计28分）

19. 已知圆 C 过点 $M(0, -2)$ ， $N(3, 1)$ ，且圆心 C 在直线 $x + 2y + 1 = 0$ 上 .

- (1) 求圆 C 的方程 .
- (2) 过点 $(6, 3)$ 作圆 C 的切线，求切线方程 .
- (3) 设直线 $l: y = x + m$ ，且直线 l 被圆 C 所截得的弦为 AB ，以为 AB 直径的圆 C_1 过原点，求直线 l 的方程 .

20. 如图，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是直角梯形，侧棱 $SA \perp$ 底面 $ABCD$ ， AB 垂直于 AD 和 BC ， $SA = AB = BC = 2$ ， $AD = 1$ ， M 是棱 SB 的中点 .



- (1) 求证： $AM \parallel$ 平面 SCD .
- (2) 求平面 SCD 和平面 SAB 所成锐二面角的余弦值 .
- (3) 在线段 DC 上是否存在一点 N ，使得 MN 与平面 SAB 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{35}}{7}$ ，若存在，请求出 $\frac{DN}{DC}$ 的值，若不存在，请说明理由 .